

Préparer ma rentrée mathématiques en 1^{ère} STMG

LYCÉE ROBERT DOISNEAU

À CORBEIL-ESSONNES

I. Calcul

1) Fraction

Cours :

- Somme ou soustraction :

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{a+c}{b} \quad \frac{a}{b} - \frac{c}{b} = \frac{a-c}{b}$$

☞ Les fractions doivent avoir le même dénominateur

- Produit :

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$$

☞ On multiplie numérateur et dénominateur entre eux.

- Quotient :

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{\frac{b}{d}} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$$

☞ Diviser par une fraction revient à multiplier par son inverse.

Exemple :

- $\frac{1}{2} + \frac{4}{7} = \frac{1 \times 7}{2 \times 7} + \frac{4 \times 2}{7 \times 2} = \frac{7+8}{14} = \frac{15}{14}$

$$\frac{3}{4} - \frac{2}{5} = \frac{3 \times 5}{4 \times 5} - \frac{2 \times 4}{5 \times 4} = \frac{15-8}{20} = \frac{7}{20}$$

- $\frac{2}{3} \times \frac{6}{5} = \frac{2 \times 6}{3 \times 5} = \frac{2 \times 2 \times 3}{3 \times 5} = \frac{4}{5}$

- $\frac{3}{8} \div \frac{7}{2} = \frac{3}{\frac{7}{2}} = \frac{3}{8} \times \frac{2}{7} = \frac{3 \times 2}{4 \times 2 \times 7} = \frac{3}{28}$

Exercice 1 :

Calculer sans calculatrice et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.

a. $\frac{11}{9} + \frac{10}{9}$	d. $\frac{4}{3} + \frac{9}{8}$	g. $\frac{8}{3} \times \frac{7}{16}$	j. $\frac{2}{7} + \frac{8}{3}$	l. $\frac{2}{\frac{9}{2}}$
b. $\frac{15}{17} - \frac{6}{17}$	e. $\frac{7}{3} - \frac{5}{4}$	h. $\frac{1}{8} \times \frac{2}{7}$		k. $\frac{4}{\frac{7}{16}}$
c. $\frac{5}{28} - \frac{12}{28}$	f. $\frac{8}{5} - \frac{1}{9}$	i. $\frac{7}{6} + \frac{3}{8}$		

Exercice 2 :

Comparer sans calculatrice

a. $\frac{2}{5}$ et $\frac{4}{5}$	b. $-\frac{8}{7}$ et $-\frac{9}{7}$	c. $\frac{9}{2}$ et $\frac{6}{5}$	d. $\frac{4}{7}$ et $\frac{5}{8}$	e. $-\frac{9}{2}$ et $-\frac{2}{3}$	f. $-\frac{3}{7}$ et $-\frac{7}{9}$
-----------------------------------	-------------------------------------	-----------------------------------	-----------------------------------	-------------------------------------	-------------------------------------

Exercice 3 :

Ecrire sous la forme d'une seule fraction

a. $4 + \frac{3}{x+2}$	b. $\frac{2x}{x+1} - 5$	c. $\frac{4}{x+1} + \frac{1}{x+2}$	d. $\frac{2}{x-1} - \frac{3}{2x+1}$
------------------------	-------------------------	------------------------------------	-------------------------------------

2) Puissance

Cours :

Soient n et $p \in \mathbb{Z}$ et a et $b \in \mathbb{R}$:

• $a^n \times b^n = (ab)^n$	• $a^n \times a^p = a^{n+p}$	• $\frac{1}{a^n} = a^{-n}$	• $\frac{a^n}{a^p} = a^{n-p}$	• $(a^n)^p = a^{n \times p}$
-----------------------------	------------------------------	----------------------------	-------------------------------	------------------------------

Exemple :

Décomposer en produit de facteurs premiers

- $\frac{5^4 \times 5^3}{5^{-2}} = 5^{4+3-(-2)} = 5^9$

2. $\frac{4^2}{4^5} = 4^{2-5} = 4^{-3} = (2^2)^{-3} = 2^{2 \times (-3)} = 2^{-6}$

3. $(10^2)^3 \times 5 = 10^{2 \times 3} \times 5 = (2 \times 5)^6 \times 5 = 2^6 \times 5^6 \times 5^1 = 2^6 \times 5^7$

Exercice 4 : Décomposer en produit de facteurs premiers :

a. 88

f. 125^7

k. $\frac{7^2}{63}$

n. $\frac{36^5}{8^3 \times 27^4}$

b. 94

g. 48×54

c. 175

h. $75^4 \times 27^8$

l. $\frac{75^8}{15^4}$

o. $8 \times (7 \times 5)^5 \times \frac{5^2 \times 7^2}{7^4 \times 5^5} \times (7^{-2})^2$

d. 64^5

i. $30^2 \times 12^3 \times 60^4$

e. 27^4

j. $\frac{42}{56}$

m. $\frac{12^5}{3^4 \times 2^{11}}$

p. $9 \times \left(\frac{2}{3}\right)^2 \times \frac{5 \times 2^2}{(3^2 \times 2)^4}$

3) Racine Carrée

Cours : Soit a et b deux réels positifs

• $\sqrt{a^2} = a$ • $\sqrt{ab} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$ • Si $b \neq 0$, $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$

Exemple : 1. Écrire $\frac{33}{\sqrt{11}}$ sans racine carrée au dénominateur et en simplifiant la fraction :

$$\frac{33}{\sqrt{11}} = \frac{33 \times \sqrt{11}}{\sqrt{11} \times \sqrt{11}} = \frac{33 \times \sqrt{11}}{11} = \frac{3 \times 11 \times \sqrt{11}}{11} = 3\sqrt{11}$$

2. Écrire $\sqrt{150}$ sous la forme $a\sqrt{b}$ avec $a \in \mathbb{N}$ et b est l'entier le plus petit possible :

$$\sqrt{150} = \sqrt{25 \times 6} = \sqrt{25} \times \sqrt{6} = 5\sqrt{6}$$

3. Donner un encadrement par deux entiers consécutifs de $\sqrt{63}$

$$49 < 63 < 64 \quad \text{donc } \sqrt{49} < \sqrt{63} < \sqrt{64} \quad \text{donc } 7 < \sqrt{63} < 8$$

4. Donner une valeur exacte de : $\sqrt{18} - \sqrt{36}$

$$\sqrt{18} - \sqrt{50} = \sqrt{9 \times 2} - \sqrt{25 \times 2} = 3\sqrt{2} - 5\sqrt{2} = -2\sqrt{2}$$

5. Ecrire sans racine carrée au dénominateur $\frac{5}{1 - \sqrt{2}}$

Pour cela on multiplie en haut et en bas par le « conjugué » de $1 - \sqrt{2}$ qui est $1 + \sqrt{2}$

$$\frac{5}{1 - \sqrt{2}} = \frac{5 \times (1 + \sqrt{2})}{(1 - \sqrt{2}) \times (1 + \sqrt{2})} = \frac{5 \times (1 + \sqrt{2})}{1^2 - \sqrt{2}^2} = \frac{5 \times (1 + \sqrt{2})}{1 - 2} = \frac{5 \times (1 + \sqrt{2})}{-1} = -5(1 + \sqrt{2})$$

Exercice 5 :

1. Ecrire les valeurs suivantes sans racine carrée au dénominateur et en simplifiant les fractions :

a. $\frac{121}{\sqrt{11}}$

b. $\frac{70}{\sqrt{5}}$

c. $\frac{3}{\sqrt{2}}$

d. $\frac{3}{\sqrt{15}}$

e. $\frac{2}{\sqrt{6}}$

2. Écrire sous la forme $a\sqrt{b}$ avec $a \in \mathbb{N}$ et b est l'entier le plus petit possible

a. $\sqrt{27}$

b. $\sqrt{72}$

c. $\sqrt{180}$

d. $\sqrt{108}$

e. $\sqrt{50}$

f. $\sqrt{32}$

Exercice 6 : Donner un encadrement par deux entiers consécutifs des valeurs suivantes

a. $\sqrt{21}$ b. $\sqrt{102}$ c. $\sqrt{40}$ d. $\sqrt{13}$ e. $\sqrt{61}$ f. $\sqrt{99}$

Exercice 7 : Donner une valeur exacte de :

a. $2\sqrt{27} - \sqrt{12}$ b. $\sqrt{5} + \sqrt{20}$ c. $\sqrt{8} - \sqrt{2}$ d. $\sqrt{2} + \sqrt{8}$ e. $\sqrt{12} - \sqrt{3}$

Exercice 8 : 1. Montrer que $\frac{1}{\sqrt{3} + 2} = 2 - \sqrt{3}$

2. Ecrire sans racine carrée au dénominateur

a. $\frac{2}{3 + \sqrt{7}}$ b. $\frac{2}{4 - \sqrt{13}}$ c. $\frac{1 + \sqrt{5}}{2 - \sqrt{5}}$

4) Image, antécédent, point sur courbe

Cours : Une fonction est un processus qui, à chaque valeur du nombre x , associe un unique nombre y , noté $f(x)$, appelé l'image de x par f . On écrit $f : x \mapsto f(x)$.

On dit que x est un antécédent de y par f lorsque $y = f(x)$.

La représentation graphique de f est l'ensemble de tous les points de coordonnées $(x; f(x))$.

Exemple : Soit $f(x) = -4x + 7$

Par le calculer déterminer

1. l'image de 3 par la fonction f :

* l'image de 3 est $f(3)$ qu'on calcule en remplaçant x par 3 dans l'expression de f :

$$f(3) = -4 \times 3 + 7 = -12 + 7 = -5$$

Donc $f(3) = -5$ ainsi l'image de 3 est -5

2. le(s) antécédent(s) de -1 par la fonction f :

* on cherche le(s) valeur(s) de x (antécédent) telle(s) que

$$f(x) = -1$$

$$\begin{array}{rcl} -4x + 7 & = & -1 \\ \cancel{-7} & & \cancel{-7} \\ \hline -4x & = & -8 \\ \div(-4) & & \div(-4) \\ \hline x & = & 2 \end{array}$$

Ainsi 2 est l'antécédent de -1 par la fonction f .

Il n'y en a qu'un car on a trouvé une seule solution à l'équation. On a $f(2) = -1$

3. Le point $A(-2; 1)$ appartient-il à la courbe de f ?

* On doit vérifier que l'ordonnée de A : 1 est bien l'image de son abscisse -2

$f(-2) = -4 \times (-2) + 7 = 8 + 7 = 13 \neq 1$ donc A n'est pas sur la courbe.

Exercice 9 : On considère la fonction h définie sur \mathbb{R} par $h(x) = -5x + 2$ et \mathcal{C}_h sa courbe représentative.

1. Calculer l'image de 3 par la fonction h .
2. Calculer si il existe le ou les antécédents de -8 par la fonction h .
3. Le point $E(-1; -3)$ appartient-il à \mathcal{C}_h ? Justifier.
4. Le point G appartient à \mathcal{C}_h et son ordonnée est 1. Quelle est son abscisse? Justifier.
5. En quel point la courbe \mathcal{C}_h coupe-t-elle l'axe des ordonnées? Justifier.

Exercice 10 : On considère la fonction h définie sur \mathbb{R} par $h(x) = -x + 3$ et \mathcal{C}_h sa courbe représentative.

1. Calculer l'image de $\frac{2}{3}$ par la fonction h .
2. Calculer si il existe le ou les antécédents de 2 par la fonction h .
3. Le point $E(-1; -4)$ appartient-il à \mathcal{C}_h ? Justifier.
4. Le point G appartient à \mathcal{C}_h et son ordonnée est 7. Quelle est son abscisse? Justifier.
5. En quel point la courbe \mathcal{C}_h coupe-t-elle l'axe des ordonnées? Justifier.

Exercice 11 : On considère la fonction f définie par $f(x) = \sqrt{x+3} + 1$.

1. Quel est l'ensemble de définition de la fonction f ?
2. Calculer l'image de 6 par f .
3. Calculer le ou les antécédent(s) s'ils existent de 1 par f .
4. Le point $A(22; 5)$ appartient-il à la courbe \mathcal{C}_f ? Justifier votre réponse.

Exercice 12 : On considère la fonction carrée $f(x) = x^2 - 6$, définie sur \mathbb{R} .

1. Dire si les affirmations suivantes sont vraies ou fausses en justifiant.
 - (a) si $x = 3$ alors $f(x) = 6$.
 - (b) si $x = -1$ alors $f(x) = 1$.
 - (c) si $f(x) = 16$ alors $x = 4$.
 - (d) Le point $A(-2; -4)$ appartient à \mathcal{C}_f .
2. Calculer l'image de $\sqrt{5}$ par la fonction f .
3. Calculer le (ou les) antécédent(s) si il(s) existe(nt) de π par la fonction f .

Exercice 13 : On considère la fonction f définie par $f(x) = \frac{3x-2}{x-1}$ et \mathcal{C}_f sa courbe représentative.

1. Quel est l'ensemble de définition de la fonction f ?
2. Calculer l'image de -2 par f .
3. Calculer, si il(s) existe(nt), le (ou les) antécédent(s) de 5 par f .
4. Le point $E(-1 ; 5)$ appartient-il à \mathcal{C}_f ? Justifier.
5. Le point G d'ordonnée -1 appartient à \mathcal{C}_f . Quelle est son abscisse? Justifier.
6. En quel point la courbe \mathcal{C}_f coupe l'axe des ordonnées? Justifier.

II. Développer, Factoriser, Identité remarquable

Cours :

- ☞ Développer une expression algébrique c'est transformer un produit en une somme ou une différence
- ☞ Factoriser une expression algébrique c'est transformer une somme ou une différence en un produit

- Simple distributivité ou facteur commun :

$$k(a+b) \stackrel{\substack{\text{Développer} \\ \Leftrightarrow \\ \text{Factoriser}}}{=} k \times a + k \times b$$

- Double distributivité : $(a+b) \times (c+d) = a \times c + a \times d + b \times c + b \times d$

- Identité remarquable :

$$\begin{aligned} (a-b)(a+b) &\stackrel{\substack{\text{Développer} \\ \Leftrightarrow}}{=} a^2 - b^2 \\ (a+b)^2 &= a^2 + 2ab + b^2 \\ (a-b)^2 &\stackrel{\substack{\text{Factoriser}}}{}= a^2 - 2ab + b^2 \end{aligned}$$

1) Développer

Exemple :

- ★ Simple distributivité : $2(3x - 5) = 2 \times 3x - 2 \times 5 = 6x - 10$
- ★ Double distributivité :
 $(3+x)(-x+7) = 3 \times (-x) + 3 \times 7 + x \times (-x) + x \times 7 = -3x + 21 - x^2 + 7x = -x^2 + 4x + 21$
- ★ Identité remarquable :

$$\begin{aligned} (2x+1)(2x-1) &= (2x)^2 - 1^2 = 4x^2 - 1 \\ (x+3)^2 &= x^2 + 2 \times x \times 3 + 3^2 = x^2 + 6x + 9 \\ (2x-7)^2 &= (2x)^2 - 2 \times 2x \times 7 + 7^2 = 4x^2 - 28x + 49 \end{aligned}$$

Exercice 14 : Développer et réduire les expressions suivantes à l'aide de la distributivité.

- | | | |
|------------------------|-------------------------------|---|
| a. $2 \times (a+4)$ | e. $(-3x+8) \times (-7)$ | i. $(2x^2 - 5x + 6) \times (-4x)$ |
| b. $-4 \times (6-x)$ | f. $5 \times (5x^2 - 3x + 4)$ | j. $12 \times \left(\frac{x^2}{4} + \frac{x}{6} - \frac{1}{3}\right)$ |
| c. $(11x-7) \times 5$ | g. $a \times (20 - 2b + a)$ | |
| d. $10 \times (5a-3b)$ | h. $(71x-41) \times x$ | |

Exercice 15 : Développer et réduire les expressions suivantes à l'aide de la double distributivité.

- | | | |
|---------------------|---|--|
| a. $(2x+1)(3x-4)$ | d. $(a-b)(a+b)$ | g. $\frac{1}{3}(39x-11)(5x+3)$ |
| b. $(x^2+3)(1-3x)$ | e. $(5x-y)(3y+x)$ | |
| c. $(3a+2b)(-a-5b)$ | f. $(8x+24) \left(\frac{x}{4} - \frac{1}{8}\right)$ | h. $\left(\frac{2x}{7} + \frac{1}{5}\right)(14 - 35x)$ |

Exercice 16 : Développer et réduire les expressions suivantes à l'aide des identités remarquables.

- | | | |
|-----------------------|---|---------------------------------------|
| a. $(a + 5)^2$ | e. $(8x - 6)^2$ | i. $\left(\frac{x}{2} - 3\right)^2$ |
| b. $(9 - b)^2$ | f. $(\sqrt{5} + \sqrt{2})(\sqrt{5} - \sqrt{2})$ | |
| c. $(x + 7)^2$ | g. $(11 + 3x)^2$ | j. $\left(\frac{5x}{12} + 6\right)^2$ |
| d. $(10 - x)(10 + x)$ | h. $(\sqrt{3} + \sqrt{27})^2$ | |

2) Factoriser

Exemple :

★ Facteur commun : $3x + 18 = 3 \times x + 3 \times 6 = 3(x + 6)$

★ Identité remarquable :

$$x^2 - 25 = x^2 - 5^2 = (x - 5)(x + 5)$$

$$x^2 + 4x + 4 = x^2 + 2 \times x \times 2 + 2^2 = (x + 2)^2$$

$$x^2 - 12x + 36 = x^2 - 2 \times x \times 6 + 6^2 = (x - 6)^2$$

$$9x^2 + 12x + 4 = (3x)^2 + 2 \times 3x \times 2 + 2^2 = (3x + 2)^2$$

Exercice 17 : Factoriser et réduire les expressions suivantes.

- | | | |
|------------------------|----------------------------------|----------------------------------|
| a. $3a - 6b + 12$ | d. $7x - 49x^2$ | f. $\sqrt{2}x - 5\sqrt{2}$ |
| b. $5x^2 + 3x$ | | g. $(x-2)(3a-b)+(x-2)(7a+2b-3)$ |
| c. $36a^2 - 24b + 12c$ | e. $\frac{1}{3}a + \frac{2}{3}b$ | h. $(7x-4)(10x+1)-(-3x+7)(7x-4)$ |

Exercice 18 : Factoriser et réduire les expressions suivantes à l'aide des identités remarquables.

- | | | |
|----------------------|------------------------------|---------------------------|
| a. $16a^2 - 9b^2$ | e. $144x^2 - 49y^2$ | h. $121x^2 + 220x + 100$ |
| b. $4x^2 - 12x + 9$ | f. $\frac{9}{4}x^2 - 3x + 1$ | i. $144 - 16x^2$ |
| c. $25x^2 - 20x + 4$ | g. $9x^2 + 18x + 9$ | j. $1 - \frac{25}{36}x^2$ |
| d. $9x^2 + 12x + 4$ | | |

3) Calcul de $f(x + h)$

Exemple : Soit $f(x) = x^2 - 1$. Calculer $f(x + h)$:

$$f(x + h) = (x + h)^2 - 1 = x^2 + 2xh + h^2 - 1$$

Exercice 19 : Soient x et h deux nombres réels, pour chacune des fonctions suivantes, calculer $f(x + h)$ sous forme développée.

- | | | |
|----------------------|-----------------------|-------------------------|
| a. $f(x) = 5x - 3$ | c. $f(x) = x^2$ | e. $f(x) = (x + 2)^2$ |
| b. $f(x) = -10x + 6$ | d. $f(x) = -2x^2 + 1$ | f. $f(x) = x^2 + x + 1$ |

Exercice 20 : Soient x et h deux nombres réels, pour chacune des fonctions suivantes, calculer $f(x+h) - f(x)$ sous forme développée.

- | | | | |
|--------------------|------------------------|--|---------------------------|
| a. $f(x) = 9x + 1$ | b. $f(x) = (2x - 4)^2$ | c. $f(x) = \frac{1}{x}$ (où $x \neq 0$) | d. $f(x) = 6x^2 - 4x + 3$ |
|--------------------|------------------------|--|---------------------------|

III. Taux d'évolution : augmentation et diminution

Cours :

- ☛ Faire évoluer une quantité d'un taux t , correspond à **multiplier** cette valeur par son coefficient multiplicateur noté CM

$$CM = 1 + t$$

- ☛ Une grandeur évolue d'une valeur initiale ν_0 vers une valeur finale ν_1 avec pour coefficient multiplicateur CM , alors :

$$\nu_1 = \nu_0 \times CM$$

Exemple :

1. Lors d'une diminution de 10% le taux vaut $t = \frac{-10}{100} = -0,10$ donc le coefficient multiplicateur est $CM = 1 + t = 1 - 0,10 = 0,9$
2. Lors d'une augmentation de 3% le taux vaut $t = \frac{3}{100} = 0,03$ donc le coefficient multiplicateur est $CM = 1 + t = 1 + 0,03 = 1,03$
3. Le taux correspond à un $CM = 1,45$ est $t = CM - 1 = 0,45$ soit une évolution de 45% (augmentation)
4. Le taux correspond à un $CM = 0,82$ est $t = CM - 1 = -0,18$ soit une évolution de -18% (diminution)
5. Un article à 60€ diminue de 5% cela revient à multiplier par $CM = 1 - 0,05 = 0,95$.
Le prix après réduction est donc de $60 \times 0,95 = 57\text{€}$.

L'article subit une deuxième réduction de 5% après les deux réductions il vaut alors :
 $60 \times 0,95 \times 0,95 = 60 \times 0,95^2 = 54,15\text{€}$.

Exercice 21 :

Donner le coefficient multiplicateur correspondant à ces évolutions .

- | | | |
|------------------------|------------------------|----------------------|
| a. Augmentation de 2% | c. Diminution de 75% | e. Diminution de 5% |
| b. Augmentation de 67% | d. Augmentation de 33% | f. Diminution de 43% |

Exercice 22 :

Donner le taux puis le pourcentage d'évolution correspond au CM suivant :

- | | | | |
|----------------|----------------|----------------|-------------|
| a. $CM = 1,62$ | c. $CM = 0,40$ | e. $CM = 1,59$ | g. $CM = 3$ |
| b. $CM = 1,8$ | d. $CM = 0,27$ | f. $CM = 0,2$ | |

Exercice 23 :

- Un téléviseur coûte 450€. Son prix augmente de 10%. Calculer la valeur finale.
- Un pull coûte 30 €. Lors des soldes il y a une réduction de 30% dessus. Quel est le coefficient multiplicateur ? Calculer la valeur finale à partir du CM .
- Diminuer un prix de 12%, revient à multiplier ce prix par ?
- Augmenter un prix de 37% revient à multiplier par ?

Exercice 24 :

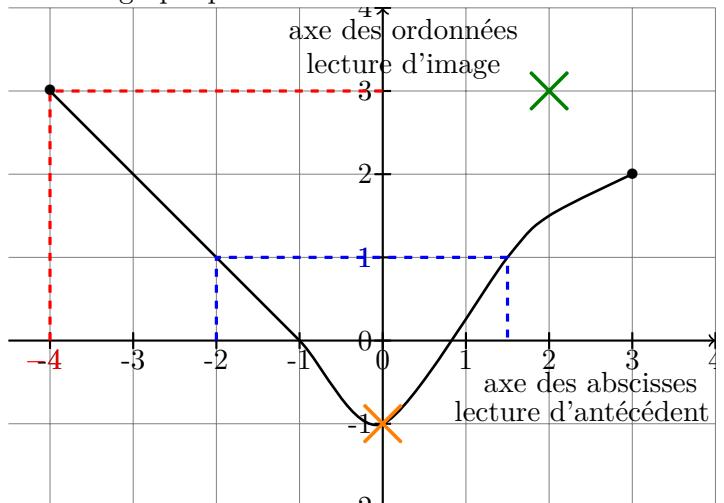
Adnan fabrique des portes-clés. En janvier, il fabrique 300 porte-clés et les stocke. Il décide d'augmenter sa production de 12% tous les mois.

- Quelle sera sa production de porte-clés en février ?
- Quelle sera sa production de porte-clés en mars ?
- Déterminer à partir de quand la production dépassera 700 portes-clés. Préciser à l'aide de la calculatrice.

IV. Lecture graphique

Exemple : On considère la fonction f dont sa représentation graphique est donnée ci-dessous.

- L'image de -4 par f est 3 on a $f(-4) = 3$
- Il y a deux antécédents -2 et $1,5$ car :
 $f(-2) = 1$ et $f(1,5) = 1$
- Le point $(0; -1)$ appartient à la courbe représentative de f car $f(0) = -1$.
- Le point $(2; 3)$ n'appartient pas à la courbe représentative de f car $f(2) = 1,5 \neq 3$.
- Son tableau de variations est



x	-4	0	3
Variations de f	3	-1	2

} Abscisses où l'on change de variation
 } Ordonnées où l'on change de variation

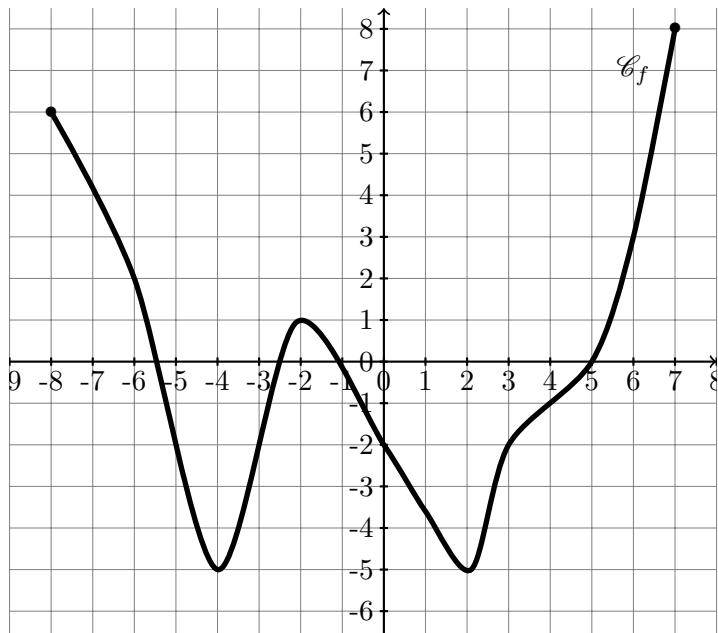
- Son tableau de signe est

x	-4	-1	1	3
Signe de $f(x)$	+	0	-	0

} Abscisses où l'on change de signe
 } Courbe au dessus (+) ou en dessous (-) de l'axe des abscisses

1) Variations de fonction, lecture d'image, d'antécédent, point sur courbe et signe

Exercice 25 : On considère la fonction f dont sa représentation graphique est donnée ci-dessous.

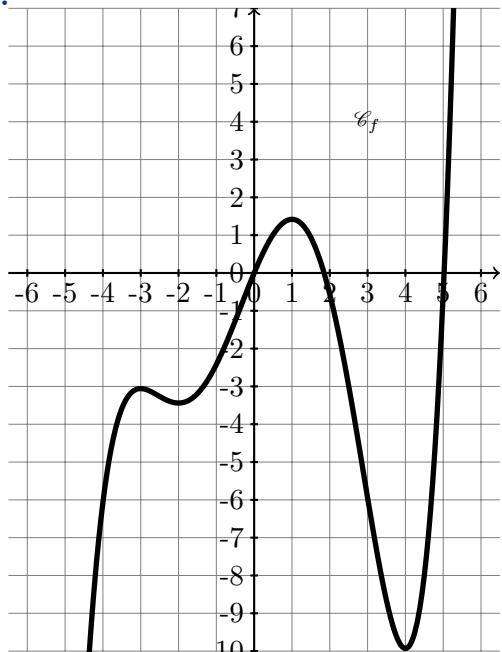


- Quel est l'ensemble de définition de f
- Déterminer graphiquement l'image des nombres suivants par la fonction f .
 - 6
 - 8
 - 2
 - 3
 - 6
 - 4
 - 0
 - 8
- Déterminer graphiquement le(s) antécédent(s) des nombres suivants
 - 2
 - 0
 - 8
 - 5
- A $(0; -2)$ appartient-il à \mathcal{C}_f ?
- B $(2; -6)$ appartient-il à \mathcal{C}_f ?
- Dresser le tableau de variation de f

Exercice 26 :

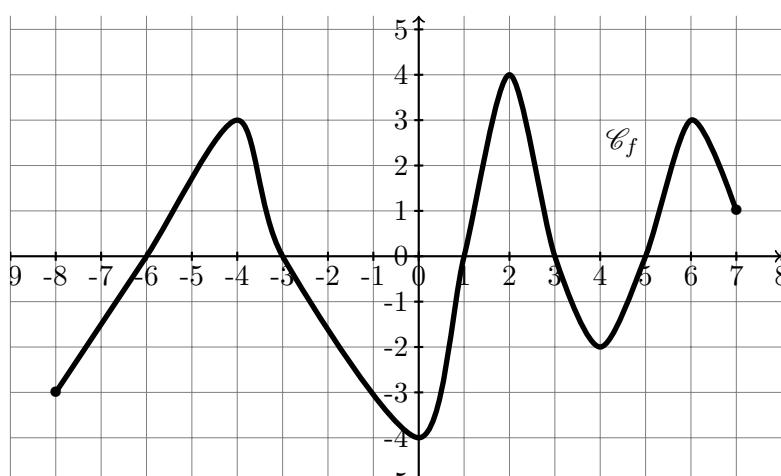
On considère la fonction f définie sur \mathbb{R} .
 Sa représentation graphique est donnée ci-contre.

1. Déterminer graphiquement l'image de -2 par la fonction f .
2. Déterminer graphiquement l'image de 2 par la fonction f .
3. Donner un nombre ayant exactement 2 antécédents par la fonction f .
4. Graphiquement dresser le tableau de signe de la fonction f

Exercice 27 :


Exercice 28 : On considère la fonction f dont sa représentation graphique est donnée ci-dessous.

1. Quel est l'ensemble de définition de f
2. Déterminer graphiquement l'image des nombres suivants par la fonction f .
 - a. -8
 - b. -4
 - c. 0
 - d. 2
3. Déterminer graphiquement le(s) antécédent(s) des nombres suivants
 - a. 4
 - b. 1
 - c. -3



4. Les points suivants appartiennent-ils à \mathcal{C}_f ?
 - a. A(-4;-5)
 - b. B(-3;1)
 - c. C(1;5)
 - d. D(3;-2)
 - e. E(1;-2)
 - f. F(7,8)
5. Dresser le tableau de signe de la fonction f .
6. Dresser le tableau de variation de la fonction f .

2) Affine : coefficient directeur et ordonnée à l'origine

Cours : f est une **fonction affine** lorsqu'il existe deux réels m et p tels que :

$$\text{pour tout } x \text{ réel, } f(x) = mx + p$$

m est appelé coefficient directeur. Pour tout $A(x_A; y_A)$ et $B(x_B; y_B) \in \mathcal{C}_f$ alors :

$$m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

p est appelé l'ordonnée à l'origine. En effet le point $P \in \mathcal{C}_f$ d'abscisse $x = 0$ a pour ordonnée $f(0) = m \times 0 + p = p$. Donc $P(0; p)$

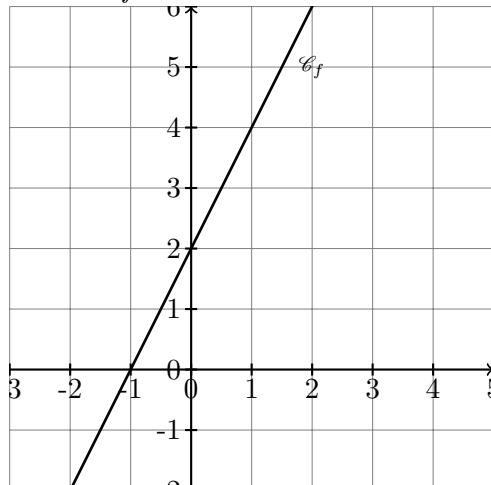
Exemple : Donner l'expression algébrique de la fonction f dont sa courbe est donnée ci-contre.

- $m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{-3}{4}$

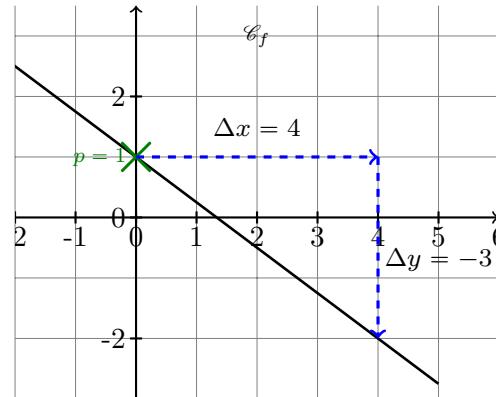
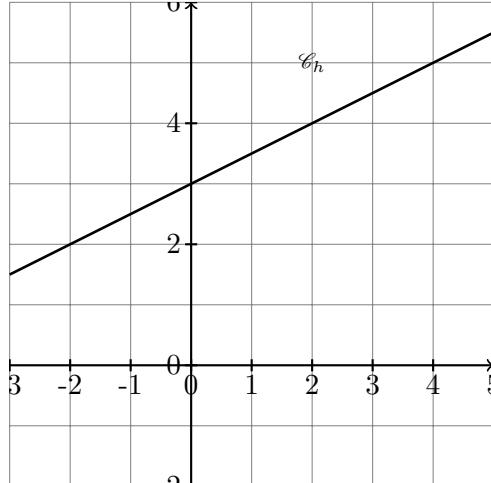
- $p = 1$

- Ainsi $f(x) = \frac{-3}{4}x + 1$

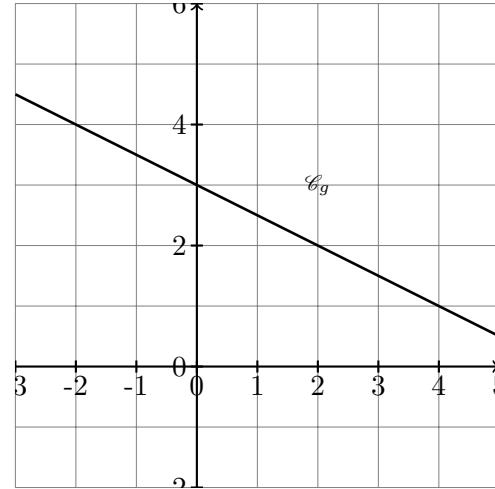
Exercice 29 : Donner l'expression algébrique de la fonction f



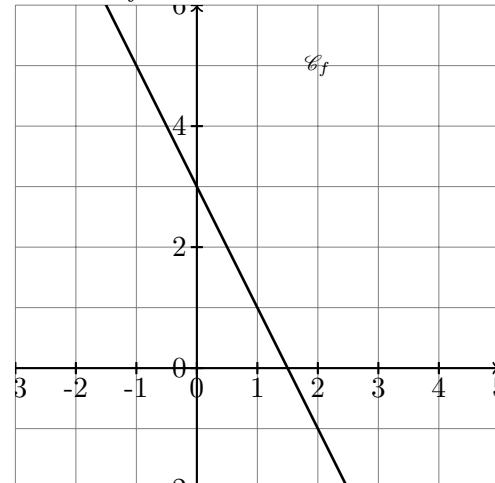
Exercice 31 : Donner l'expression algébrique de la fonction h

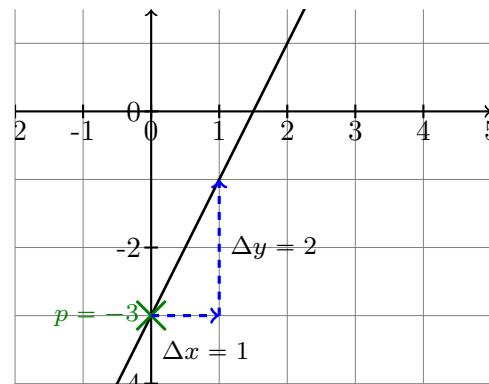


Exercice 30 : Donner l'expression algébrique de la fonction g



Exercice 32 : Donner l'expression algébrique de la fonction f




Exemple :

 Tracer la courbe de la fonction $f(x) = 2x - 3$

- $m = 2 = \frac{2}{1} = \frac{\Delta y}{\Delta x}$
- $p = -3$

Exercice 33 : Tracer la courbe représentative des fonctions suivantes :

a. $f : x \mapsto \frac{1}{6}x - 2$ b. $g : x \mapsto 2x + 4$ c. $h : x \mapsto -\frac{1}{2}x - 1$

V. Etude de signe

Cours : Résolution d'inéquation :

- ☞ Lorsqu'on additionne ou qu'on soustrait on ne change pas le sens de l'inégalité
- ☞ Lorsqu'on multiplie ou qu'on divise par un nombre POSITIF on NE change PAS le sens de l'inégalité.
- ⚠️ Lorsqu'on multiplie ou qu'on divise par un nombre NEGATIF on CHANGE le sens de l'inégalité.

Exemple : 1. Dresser le tableau de signe de $f(x) = -2x + 7$:

 On cherche les valeurs de x telles que $f(x) > 0$: On résume sous forme de tableau de signe :

 (cohérent car $m = -2 < 0$)

$$\begin{aligned} f(x) &> 0 \\ -2x + 7 &> 0 \\ -2x &> -7 \quad \text{on divise par } -2 < 0 \\ x &< \frac{-7}{-2} = \frac{7}{2} \end{aligned}$$

x	$-\infty$	$\frac{7}{2}$	$+\infty$
Signe de $f(x)$	+	0	-

 2. Etudier le signe de $f(x) = (-x + 5)(3x - 4)$

 On résume sous forme de tableau de signe : $\frac{4}{3} < 5$

On résout :

$$\begin{aligned} -x + 5 &> 0 & 3x - 4 &> 0 \\ -x &> -5 & 3x &> 4 \\ x &< \frac{-5}{-1} = 5 & x &< \frac{4}{3} \end{aligned}$$

On résout :

x	$-\infty$	$\frac{4}{3}$	5	$+\infty$
Signe de $-x + 5$	+	+	0	-
Signe de $3x - 4$	+	0	-	-
Signe du produit $f(x)$	+	0	-	0

3. Etudier le signe de $g(x) = \frac{-x+5}{3x-4}$

On va devoir étudier le signe de $-x + 5$ puis de $3x - 4$. En utilisant ce qu'on a fait avant.

 ATTENTION - le dénominateur ne peut pas valoir 0 : là où le dénominateur vaut 0, g n'est pas définie.

x	$-\infty$	$\frac{4}{3}$	5	$+\infty$
Signe de $-x + 5$	+		0	-
Signe de $3x - 4$	+	0	-	
Signe du quotient $g(x)$	+		0	+

g a pour valeur interdite $x = \frac{4}{3}$. Ainsi g est définie sur $\mathbb{R} \setminus \{\frac{4}{3}\}$ (cela signifie tous les réels sauf 0).

Exercice 34 : Dresser les tableaux de signe des fonctions suivantes :

- | | | |
|----------------------|------------------------------|---------------------------------------|
| 1. $f(x) = 5x + 3$ | 5. $f(x) = x^2 + 3$ | 8. $f(x) = \frac{-5x + 25}{34 + 17x}$ |
| 2. $f(x) = -4x + 12$ | 6. $f(x) = (8x + 4)(3 - 2x)$ | 9. $f(x) = x^3(11x + 121)$ |
| 3. $f(x) = -3x - 21$ | 7. $f(x) = x^2(6x - 36)$ | 10. $f(x) = (x - 2)(2x + 1)(5 - x)$ |
| 4. $f(x) = 6x + 18$ | | |

Exercice 35 : Résoudre les inéquations suivantes :

- | | |
|---|--|
| 1. $-12x - 22 < 2$ | 6. $(x^2 - 16)(2x + 14) < 0$ |
| 2. $x^2 - 7 > 137$ | 7. $(5x + 8)^2 - (7 - 10x)^2 \leqslant 0$ |
| 3. $2x^3 + 4 \leqslant 0$ | 8. $(60x + 12)\sqrt{x + 1} > 0$ |
| 4. $(-13x - 52)(-16x + 32) < 0$ | 9. $\frac{(12x + 1)(7 - 2x)}{77x + 11} < 0$ |
| 5. $\frac{5x + 8}{9 - 10x} \geqslant 0$ | 10. $-x^2 - 6x - 8 \geqslant 3x^2 - 18x + 1$ |

VI. Exercices d'approfondissement

Exercice 36 : On s'intéresse à la fonction $g(x) = \frac{3}{2}x - 4$.

1. Résoudre algébriquement $g(x) = \frac{1}{3}$
2. Donner les variations de la fonction g en justifiant votre réponse.
3. Dresser le tableau de signe de g .
4. Tracer \mathcal{C}_g dans un repère orthonormé.

Exercice 37 : Après son achat, un article perd sa valeur petit à petit. On dit qu'il décote. Pour un modèle de photocopieur, la décote est de $t\%$ par an.

Si celui-ci est mal entretenu, il décote quatre fois plus vite, soit une décote de $4t\%$.

Une société achète un photocopieur neuf à 5 042€.

- Pour tout $t > 0$, on note $V(t)$ la valeur du photocopieur, en fonction de sa décote, après une année d'utilisation avec un mauvais entretien.

Donner l'expression de V en fonction de t et en déduire sa nature.

- Expliquer pourquoi l'ensemble de définition de V est $]0; 25]$

- Déterminer les variations de V sur $]0; 25]$

- Après cette année d'utilisation avec un mauvais entretien, la valeur du photocopieur est à présent de 548€.

Quelle décote a été subie par le photocopieur ? Arrondir au centième près.

- Avec un bon entretien et la même décote, quelle aurait été la valeur du photocopieur au bout d'un an ?

Exercice 38 : Une nouvelle recrue en NBA fait le bilan de son adresse aux lancers francs après ses 250 premiers tirs.

Son club lui transmet les statistiques suivantes :

- 220 lancers francs ont été réussis ;
- 103 lancers francs réussis ont touché le cercle ;
- 130 lancers francs n'ont pas touché le cercle : cela concerne les lancers réussis, mais aussi les ratés.

R est l'évènement « le lancer franc a été réussi » et C l'évènement « le lancer franc a touché le cercle ».

Partie A

- Recopier et compléter le tableau ci-dessous.

	Lancers francs réussis	Lancers francs non réussis	Total
Cercle touché			
Cercle non touché			
Total			

- Calculer $P(\bar{R})$ et $P(\bar{R} \cap \bar{C})$ puis interpréter le résultat.

- Traduire l'évènement $R \cup C$ par une phrase puis calculer $P(R \cup C)$.

Partie B

Le record NBA de réussite au lancer franc en carrière est de 98,1%. Le joueur veut battre ce record et pense qu'il va réussir tous les prochains lancers francs. Soit x le nombre de lancers francs à tenter.

- Déterminer à quoi correspondent les expressions $250 + x$ et $220 + x$.

- Résoudre l'inéquation : $\frac{220 + x}{250 + x} > \frac{98,1}{100}$

- L'objectif semble-t-il réalisable ?

Exercice 39 : Soit h la fonction définie sur $x \in] -100; +\infty[$ par $h(x) = \frac{-100x}{x+100}$.

La fonction h permet d'obtenir le taux réciproque, c'est-à-dire que si un nombre évolue de $x\%$ alors une évolution successive de $h(x)\%$ permet de revenir à ce nombre initial.

1. (a) Calculer les images de -20 et 60 par h et interpréter.
(b) Justifier l'expression de h .
2. **Application :** Le cours du Bitcoin a connu une augmentation de plus de 400% entre les mois de janvier et de mars 2013.
 - (a) Quelle somme fallait-il avoir investi en janvier 2013 pour être en possession de $10\,000\text{€}$ en Bitcoin en mars 2013 ?
 - (b) Déterminer la fonction permettant d'obtenir la somme en Bitcoin en janvier 2013 en fonction de la somme en Bitcoin en mars 2013 ?