

---

# Préparer ma rentrée mathématiques en 1<sup>ère</sup> STMG

---

LYCÉE ROBERT DOISNEAU  
À CORBEIL-ESSONNES

1<sup>er</sup> Juillet 2020 - 30 Août 2020

## I. Calcul

### 1) Fraction

#### Cours :

- Somme ou soustraction :

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{a+c}{b} \quad \frac{a}{b} - \frac{c}{b} = \frac{a-c}{b}$$

✎ Les fractions doivent avoir le même dénominateur

- Produit :

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$$

✎ On multiplie numérateur et dénominateur entre eux.

- Quotient :

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$$

✎ Diviser par une fraction revient à multiplier par son inverse.

#### Exemple :

$$\bullet \frac{1}{2} + \frac{4}{7} = \frac{1 \times 7}{2 \times 7} + \frac{4 \times 2}{7 \times 2} = \frac{7+8}{14} = \frac{15}{14}$$

$$\frac{3}{4} - \frac{2}{5} = \frac{3 \times 5}{4 \times 5} - \frac{2 \times 4}{5 \times 4} = \frac{15-8}{20} = \frac{7}{20}$$

$$\bullet \frac{2}{3} \times \frac{6}{5} = \frac{2 \times 6}{3 \times 5} = \frac{2 \times 2 \times 3}{3 \times 5} = \frac{4}{5}$$

$$\bullet \frac{3}{8} \div \frac{7}{2} = \frac{\frac{3}{8}}{\frac{7}{2}} = \frac{3}{8} \times \frac{2}{7} = \frac{3 \times 2}{4 \times 2 \times 7} = \frac{3}{28}$$

**Exercice 1 :** Calculer sans calculatrice et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.

a.  $\frac{11}{9} + \frac{10}{9}$

d.  $\frac{4}{3} + \frac{9}{8}$

g.  $\frac{8}{3} \times \frac{7}{16}$

j.  $\frac{2}{7} + \frac{8}{3}$

l.  $\frac{\frac{2}{9}}{\frac{2}{5}}$

b.  $\frac{15}{17} - \frac{6}{17}$

e.  $\frac{7}{3} - \frac{5}{4}$

h.  $\frac{1}{8} \times \frac{2}{7}$

k.  $\frac{\frac{4}{7}}{\frac{7}{16}}$

c.  $\frac{5}{28} - \frac{12}{28}$

f.  $\frac{8}{5} - \frac{1}{9}$

i.  $\frac{7}{6} + \frac{3}{8}$

**Exercice 2 :** Comparer sans calculatrice

a.  $\frac{2}{5}$  et  $\frac{4}{5}$

b.  $-\frac{8}{7}$  et  $-\frac{9}{7}$

c.  $\frac{9}{2}$  et  $\frac{6}{5}$

d.  $\frac{4}{7}$  et  $\frac{5}{8}$

e.  $-\frac{9}{2}$  et  $-\frac{2}{3}$

f.  $-\frac{3}{7}$  et  $-\frac{7}{9}$

**Exercice 3 :** Ecrire sous la forme d'une seule fraction

a.  $4 + \frac{3}{x+2}$

b.  $\frac{2x}{x+1} - 5$

c.  $\frac{4}{x+1} + \frac{1}{x+2}$

d.  $\frac{2}{x-1} - \frac{3}{2x+1}$

### 2) Puissance

**Cours :** Soient  $n$  et  $p \in \mathbb{Z}$  et  $a$  et  $b \in \mathbb{R}$  :

$$\bullet a^n \times b^n = (ab)^n$$

$$\bullet a^n \times a^p = a^{n+p}$$

$$\bullet \frac{1}{a^n} = a^{-n}$$

$$\bullet \frac{a^n}{a^p} = a^{n-p}$$

$$\bullet (a^n)^p = a^{n \times p}$$

**Exemple :** Décomposer en produit de facteurs premiers

$$1. \frac{5^4 \times 5^3}{5^{-2}} = 5^{4+3-(-2)} = 5^9$$

$$2. \frac{4^2}{4^5} = 4^{2-5} = 4^{-3} = (2^2)^{-3} = 2^{2 \times (-3)} = 2^{-6}$$

$$3. (10^2)^3 \times 5 = 10^{2 \times 3} \times 5 = (2 \times 5)^6 \times 5 = 2^6 \times 5^6 \times 5^1 = 2^6 \times 5^7$$

**Exercice 4 :** Décomposer en produit de facteurs premiers :

a. 88

f.  $125^7$

k.  $\frac{7^2}{63}$

n.  $\frac{36^5}{8^3 \times 27^4}$

b. 94

g.  $48 \times 54$

c. 175

h.  $75^4 \times 27^8$

l.  $\frac{75^8}{15^4}$

o.  $8 \times (7 \times 5)^5 \times \frac{5^2 \times 7^2}{7^4 \times 5^5} \times (7^{-2})^2$

d.  $64^5$

i.  $30^2 \times 12^3 \times 60^4$

e.  $27^4$

j.  $\frac{42}{56}$

m.  $\frac{12^5}{3^4 \times 2^{11}}$

p.  $9 \times \left(\frac{2}{3}\right)^2 \times \frac{5 \times 2^2}{(3^2 \times 2)^4}$

### 3) Racine Carrée

**Cours :** Soit  $a$  et  $b$  deux réels positifs

$$\bullet \sqrt{a^2} = a \quad \bullet \sqrt{ab} = \sqrt{a} \times \sqrt{b} \quad \bullet \text{Si } b \neq 0, \sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$$

**Exemple :** 1. Écrire  $\frac{33}{\sqrt{11}}$  sans racine carrée au dénominateur et en simplifiant la fraction :

$$\frac{33}{\sqrt{11}} = \frac{33 \times \sqrt{11}}{\sqrt{11} \times \sqrt{11}} = \frac{33 \times \sqrt{11}}{11} = \frac{3 \times 11 \times \sqrt{11}}{11} = 3\sqrt{11}$$

2. Écrire  $\sqrt{150}$  sous la forme  $a\sqrt{b}$  avec  $a \in \mathbb{N}$  et  $b$  est l'entier le plus petit possible :

$$\sqrt{150} = \sqrt{25 \times 6} = \sqrt{25} \times \sqrt{6} = 5\sqrt{6}$$

3. Donner un encadrement par deux entiers consécutifs de  $\sqrt{63}$

$$49 < 63 < 64 \quad \text{donc} \quad \sqrt{49} < \sqrt{63} < \sqrt{64} \quad \text{donc} \quad 7 < \sqrt{63} < 8$$

4. Donner une valeur exacte de :  $\sqrt{18} - \sqrt{36}$

$$\sqrt{18} - \sqrt{50} = \sqrt{9 \times 2} - \sqrt{25 \times 2} = 3\sqrt{2} - 5\sqrt{2} = -2\sqrt{2}$$

5. Ecrire sans racine carrée au dénominateur  $\frac{5}{1 - \sqrt{2}}$

Pour cela on multiplie en haut et en bas par le « conjugué » de  $1 - \sqrt{2}$  qui est  $1 + \sqrt{2}$

$$\frac{5}{1 - \sqrt{2}} = \frac{5 \times (1 + \sqrt{2})}{(1 - \sqrt{2}) \times (1 + \sqrt{2})} = \frac{5 \times (1 + \sqrt{2})}{1^2 - \sqrt{2}^2} = \frac{5 \times (1 + \sqrt{2})}{1 - 2} = \frac{5 \times (1 + \sqrt{2})}{-1} = -5(1 + \sqrt{2})$$

**Exercice 5 :**

1. Ecrire les valeurs suivantes sans racine carrée au dénominateur et en simplifiant les fractions :

a.  $\frac{121}{\sqrt{11}}$

b.  $\frac{70}{\sqrt{5}}$

c.  $\frac{3}{\sqrt{2}}$

d.  $\frac{3}{\sqrt{15}}$

e.  $\frac{2}{\sqrt{6}}$

2. Écrire sous la forme  $a\sqrt{b}$  avec  $a \in \mathbb{N}$  et  $b$  est l'entier le plus petit possible

a.  $\sqrt{27}$

b.  $\sqrt{72}$

c.  $\sqrt{180}$

d.  $\sqrt{108}$

e.  $\sqrt{50}$

f.  $\sqrt{32}$

**Exercice 6 :** Donner un encadrement par deux entiers consécutifs des valeurs suivantes

- a.  $\sqrt{21}$       b.  $\sqrt{102}$       c.  $\sqrt{40}$       d.  $\sqrt{13}$       e.  $\sqrt{61}$       f.  $\sqrt{99}$

**Exercice 7 :** Donner une valeur exacte de :

- a.  $2\sqrt{27} - \sqrt{12}$       b.  $\sqrt{5} + \sqrt{20}$       c.  $\sqrt{8} - \sqrt{2}$       d.  $\sqrt{2} + \sqrt{8}$       e.  $\sqrt{12} - \sqrt{3}$

**Exercice 8 :** 1. Montrer que  $\frac{1}{\sqrt{3} + 2} = 2 - \sqrt{3}$

2. Ecrire sans racine carrée au dénominateur

- a.  $\frac{2}{3 + \sqrt{7}}$       b.  $\frac{2}{4 - \sqrt{13}}$       c.  $\frac{1 + \sqrt{5}}{2 - \sqrt{5}}$

#### 4) Image, antécédent, point sur courbe

**Cours :** Une fonction est un processus qui, à chaque valeur du nombre  $x$ , associe un unique nombre  $y$ , noté  $f(x)$ , appelé l'image de  $x$  par  $f$ . On écrit  $f : x \mapsto f(x)$ .

On dit que  $x$  est un antécédent de  $y$  par  $f$  lorsque  $y = f(x)$ .

La représentation graphique de  $f$  est l'ensemble de tous les points de coordonnées  $(x; f(x))$ .

**Exemple :** Soit  $f(x) = -4x + 7$

Par le calculer déterminer

1. l'image de 3 par la fonction  $f$  :

★ l'image de 3 est  $f(3)$  qu'on calcule en remplaçant  $x$  par 3 dans l'expression de  $f$  :

$$f(3) = -4 \times 3 + 7 = -12 + 7 = -5$$

Donc  $f(3) = -5$  ainsi l'image de 3 est -5

2. le(s) antécédent(s) de -1 par la fonction  $f$  :

★ on cherche le(s) valeur(s) de  $x$  (antécédent) telle(s) que

$$f(x) = -1$$

$$\begin{array}{rclcl} \overbrace{-7} & -4x + 7 & = & -1 & \overbrace{-7} \\ \hline & -4x & = & -8 & \hline \div(-4) & & & & \div(-4) \\ \hline & x & = & -2 & \hline & x & = & 2 \end{array}$$

Ainsi 2 est l'antécédent de -1 par la fonction  $f$ .

Il n'y en a qu'un car on a trouvé une seule solution à l'équation. On a  $f(2) = -1$

3. Le point  $A(-2; 1)$  appartient-il à la courbe de  $f$  ?

★ On doit vérifier que l'ordonnée de  $A$  : 1 est bien l'image de son abscisse -2

$f(-2) = -4 \times (-2) + 7 = 8 + 7 = 15 \neq 1$  donc  $A$  n'est pas sur la courbe.

**Exercice 9 :** On considère la fonction  $h$  définie sur  $\mathbb{R}$  par  $h(x) = -5x + 2$  et  $\mathcal{C}_h$  sa courbe représentative.

1. Calculer l'image de 3 par la fonction  $h$ .
2. Calculer si il existe le ou les antécédents de  $-8$  par la fonction  $h$ .
3. Le point  $E(-1; -3)$  appartient-il à  $\mathcal{C}_h$  ? Justifier.
4. Le point  $G$  appartient à  $\mathcal{C}_h$  et son ordonnée est 1. Quelle est son abscisse ? Justifier.
5. En quel point la courbe  $\mathcal{C}_h$  coupe-t-elle l'axe des ordonnées ? Justifier.

**Exercice 10 :** On considère la fonction  $h$  définie sur  $\mathbb{R}$  par  $h(x) = -x + 3$  et  $\mathcal{C}_h$  sa courbe représentative.

1. Calculer l'image de  $\frac{2}{3}$  par la fonction  $h$ .
2. Calculer si il existe le ou les antécédents de 2 par la fonction  $h$ .
3. Le point  $E(-1; -4)$  appartient-il à  $\mathcal{C}_h$  ? Justifier.
4. Le point  $G$  appartient à  $\mathcal{C}_h$  et son ordonnée est 7. Quelle est son abscisse ? Justifier.
5. En quel point la courbe  $\mathcal{C}_h$  coupe-t-elle l'axe des ordonnées ? Justifier.

**Exercice 11 :** On considère la fonction  $f$  définie par  $f(x) = \sqrt{x+3} + 1$ .

1. Quel est l'ensemble de définition de la fonction  $f$  ?
2. Calculer l'image de 6 par  $f$ .
3. Calculer le ou les antécédent(s) s'ils existent de 1 par  $f$ .
4. Le point  $A(22; 5)$  appartient-il à la courbe  $\mathcal{C}_f$  ? Justifier votre réponse.

**Exercice 12 :** On considère la fonction carrée  $f(x) = x^2 - 6$ , définie sur  $\mathbb{R}$ .

1. Dire si les affirmations suivantes sont vraies ou fausses en justifiant.
  - (a) si  $x = 3$  alors  $f(x) = 6$ .
  - (b) si  $x = -1$  alors  $f(x) = 1$ .
  - (c) si  $f(x) = 16$  alors  $x = 4$ .
  - (d) Le point  $A(-2; -4)$  appartient à  $\mathcal{C}_f$ .
2. Calculer l'image de  $\sqrt{5}$  par la fonction  $f$ .
3. Calculer le (ou les) antécédent(s) si il(s) existe(nt) de  $\pi$  par la fonction  $f$ .

**Exercice 13 :** On considère la fonction  $f$  définie par  $f(x) = \frac{3x-2}{x-1}$  et  $\mathcal{C}_f$  sa courbe représentative.

1. Quel est l'ensemble de définition de la fonction  $f$  ?
2. Calculer l'image de  $-2$  par  $f$ .
3. Calculer, si il(s) existe(nt), le (ou les) antécédent(s) de 5 par  $f$ .
4. Le point  $E(-1 ; 5)$  appartient-il à  $\mathcal{C}_f$  ? Justifier.
5. Le point  $G$  d'ordonnée  $-1$  appartient à  $\mathcal{C}_f$ . Quelle est son abscisse ? Justifier.
6. En quel point la courbe  $\mathcal{C}_f$  coupe l'axe des ordonnées ? Justifier.

## II. Développer, Factoriser, Identité remarquable

### Cours :

- ✎ Développer une expression algébrique c'est transformer un produit en une somme ou une différence
- ✎ Factoriser une expression algébrique c'est transformer une somme ou une différence en un produit

- Simple distributivité ou facteur commun :

$$\begin{array}{ccc} k(a+b) & \xrightleftharpoons[\text{Factoriser}]{\text{Développer}} & k \times a + k \times b \end{array}$$

- Double distributivité :  $(a+b) \times (c+d) = a \times c + a \times d + b \times c + b \times d$

- Identité remarquable :

$$\begin{array}{ccc} (a-b)(a+b) & \xrightleftharpoons[\text{Factoriser}]{\text{Développer}} & a^2 - b^2 \\ (a+b)^2 & = & a^2 + 2ab + b^2 \\ (a-b)^2 & = & a^2 - 2ab + b^2 \end{array}$$

### 1) Développer

#### Exemple :

- ★ Simple distributivité :  $2(3x-5) = 2 \times 3x - 2 \times 5 = 6x - 10$
- ★ Double distributivité :  $(3+x)(-x+7) = 3 \times (-x) + 3 \times 7 + x \times (-x) + x \times 7 = -3x + 21 - x^2 + 7x = -x^2 + 4x + 21$
- ★ Identité remarquable :  $(2x+1)(2x-1) = (2x)^2 - 1^2 = 4x^2 - 1$   
 $(x+3)^2 = x^2 + 2 \times x \times 3 + 3^2 = x^2 + 6x + 9$   
 $(2x-7)^2 = (2x)^2 - 2 \times 2x \times 7 + 7^2 = 4x^2 - 28x + 49$

**Exercice 14 :** Développer et réduire les expressions suivantes à l'aide de la distributivité.

- |                        |                           |                                                                       |
|------------------------|---------------------------|-----------------------------------------------------------------------|
| a. $2 \times (a+4)$    | e. $(-3x+8) \times (-7)$  | i. $(2x^2-5x+6) \times (-4x)$                                         |
| b. $-4 \times (6-x)$   | f. $5 \times (5x^2-3x+4)$ | j. $12 \times \left(\frac{x^2}{4} + \frac{x}{6} - \frac{1}{3}\right)$ |
| c. $(11x-7) \times 5$  | g. $a \times (20-2b+a)$   |                                                                       |
| d. $10 \times (5a-3b)$ | h. $(71x-41) \times x$    |                                                                       |

**Exercice 15 :** Développer et réduire les expressions suivantes à l'aide de la double distributivité.

- |                     |                                                  |                                                    |
|---------------------|--------------------------------------------------|----------------------------------------------------|
| a. $(2x+1)(3x-4)$   | d. $(a-b)(a+b)$                                  | g. $\frac{1}{3}(39x-11)(5x+3)$                     |
| b. $(x^2+3)(1-3x)$  | e. $(5x-y)(3y+x)$                                |                                                    |
| c. $(3a+2b)(-a-5b)$ | f. $(8x+24)\left(\frac{x}{4}-\frac{1}{8}\right)$ | h. $\left(\frac{2x}{7}+\frac{1}{5}\right)(14-35x)$ |

**Exercice 16 :** Développer et réduire les expressions suivantes à l'aide des identités remarquables.

- |                       |                                                 |                                       |
|-----------------------|-------------------------------------------------|---------------------------------------|
| a. $(a + 5)^2$        | e. $(8x - 6)^2$                                 | i. $\left(\frac{x}{2} - 3\right)^2$   |
| b. $(9 - b)^2$        | f. $(\sqrt{5} + \sqrt{2})(\sqrt{5} - \sqrt{2})$ |                                       |
| c. $(x + 7)^2$        | g. $(11 + 3x)^2$                                | j. $\left(\frac{5x}{12} + 6\right)^2$ |
| d. $(10 - x)(10 + x)$ | h. $(\sqrt{3} + \sqrt{27})^2$                   |                                       |

## 2) Factoriser

**Exemple :**

★ Facteur commun :  $3x + 18 = 3 \times x + 3 \times 6 = 3(x + 6)$

★ Identité remarquable :

$$x^2 - 25 = x^2 - 5^2 = (x - 5)(x + 5)$$

$$x^2 + 4x + 4 = x^2 + 2 \times x \times 2 + 2^2 = (x + 2)^2$$

$$x^2 - 12x + 36 = x^2 - 2 \times x \times 6 + 6^2 = (x - 6)^2$$

$$9x^2 + 12x + 4 = (3x)^2 + 2 \times 3x \times 2 + 2^2 = (3x + 2)^2$$

**Exercice 17 :** Factoriser et réduire les expressions suivantes.

- |                        |                                  |                                             |
|------------------------|----------------------------------|---------------------------------------------|
| a. $3a - 6b + 12$      | d. $7x - 49x^2$                  | f. $\sqrt{2}x - 5\sqrt{2}$                  |
| b. $5x^2 + 3x$         |                                  | g. $(x - 2)(3a - b) + (x - 2)(7a + 2b - 3)$ |
| c. $36a^2 - 24b + 12c$ | e. $\frac{1}{3}a + \frac{2}{3}b$ | h. $(7x - 4)(10x + 1) - (-3x + 7)(7x - 4)$  |

**Exercice 18 :** Factoriser et réduire les expressions suivantes à l'aide des identités remarquables.

- |                      |                              |                           |
|----------------------|------------------------------|---------------------------|
| a. $16a^2 - 9b^2$    | e. $144x^2 - 49y^2$          | h. $121x^2 + 220x + 100$  |
| b. $4x^2 - 12x + 9$  | f. $\frac{9}{4}x^2 - 3x + 1$ | i. $144 - 16x^2$          |
| c. $25x^2 - 20x + 4$ |                              | j. $1 - \frac{25}{36}x^2$ |
| d. $9x^2 + 12x + 4$  | g. $9x^2 + 18x + 9$          |                           |

## 3) Calcul de $f(x + h)$

**Exemple :** Soit  $f(x) = x^2 - 1$ . Calculer  $f(x + h)$  :

$$f(x + h) = (x + h)^2 - 1 = x^2 - 2xh + h^2 - 1$$

**Exercice 19 :** Soient  $x$  et  $h$  deux nombres réels, pour chacune des fonctions suivantes, calculer  $f(x + h)$  sous forme développée.

- |                      |                       |                         |
|----------------------|-----------------------|-------------------------|
| a. $f(x) = 5x - 3$   | c. $f(x) = x^2$       | e. $f(x) = (x + 2)^2$   |
| b. $f(x) = -10x + 6$ | d. $f(x) = -2x^2 + 1$ | f. $f(x) = x^2 + x + 1$ |

**Exercice 20 :** Soient  $x$  et  $h$  deux nombres réels, pour chacune des fonctions suivantes, calculer  $f(x + h) - f(x)$  sous forme développée.

- |                    |                        |                                          |                           |
|--------------------|------------------------|------------------------------------------|---------------------------|
| a. $f(x) = 9x + 1$ | b. $f(x) = (2x - 4)^2$ | c. $f(x) = \frac{1}{x}$ (où $x \neq 0$ ) | d. $f(x) = 6x^2 - 4x + 3$ |
|--------------------|------------------------|------------------------------------------|---------------------------|

### III. Taux d'évolution : augmentation et diminution

#### Cours :

- ✎ Faire évoluer une quantité d'un taux  $t$ , correspond à **multiplier** cette valeur par son coefficient multiplicateur noté  $CM$

$$CM = 1 + t$$

- ✎ Une grandeur évolue d'une valeur initiale  $\nu_0$  vers une valeur finale  $\nu_1$  avec pour coefficient multiplicateur  $CM$ , alors :

$$\nu_1 = \nu_0 \times CM$$

#### Exemple :

- Lors d'une diminution de 10% le taux vaut  $t = \frac{-10}{100} = -0,10$  donc le coefficient multiplicateur est  $CM = 1 + t = 1 - 0,10 = 0,9$
- Lors d'une augmentation de 3% le taux vaut  $t = \frac{3}{100} = 0,03$  donc le coefficient multiplicateur est  $CM = 1 + t = 1 + 0,03 = 1,03$
- Le taux correspond à un  $CM = 1,45$  est  $t = CM - 1 = 0,45$  soit une évolution de 45% (augmentation)
- Le taux correspond à un  $CM = 0,82$  est  $t = CM - 1 = -0,18$  soit une évolution de -18% (diminution)
- Un article à 60€ diminue de 5% cela revient à multiplier par  $CM = 1 - 0,05 = 0,95$ .  
Le prix après réduction est donc de  $60 \times 0,95 = 57$ €.  
L'article subit une deuxième réduction de 5% après les deux réductions il vaut alors :  
 $60 \times 0,95 \times 0,95 = 60 \times 0,95^2 = 54,15$ €.

**Exercice 21 :** Donner le coefficient multiplicateur correspondant à ces évolutions .

- |                        |                        |                      |
|------------------------|------------------------|----------------------|
| a. Augmentation de 2%  | c. Diminution de 75%   | e. Diminution de 5%  |
| b. Augmentation de 67% | d. Augmentation de 33% | f. Diminution de 43% |

**Exercice 22 :** Donner le taux puis le pourcentage d'évolution correspond au  $CM$  suivant :

- |                |                |                |             |
|----------------|----------------|----------------|-------------|
| a. $CM = 1,62$ | c. $CM = 0,40$ | e. $CM = 1,59$ | g. $CM = 3$ |
| b. $CM = 1,8$  | d. $CM = 0,27$ | f. $CM = 0,2$  |             |

#### Exercice 23 :

- Un téléviseur coûte 450€. Son prix augmente de 10%. Calculer la valeur finale.
- Un pull coûte 30 €. Lors des soldes il y a une réduction de 30% dessus. Quel est le coefficient multiplicateur ? Calculer la valeur finale à partir du  $CM$ .
- Diminuer un prix de 12%, revient à multiplier ce prix par ?
- Augmenter un prix de 37% revient à multiplier par ?

**Exercice 24 :** Adnan fabrique des portes-clés. En janvier, il fabrique 300 porte-clés et les stocke. Il décide d'augmenter sa production de 12% tous les mois.

- Quelle sera sa production de porte-clés en février ?
- Quelle sera sa production de porte-clés en mars ?
- Déterminer à partir de quand la production dépassera 700 portes-clés. Préciser à l'aide de la calculatrice.



## IV. Lecture graphique

**Exemple :** On considère la fonction  $f$  dont sa représentation graphique est donnée ci-dessous.

- L'image de  $-4$  par  $f$  est 3 on a  $f(-4) = 3$
- 1 a deux antécédents  $-2$  et  $1,5$  car :  
 $f(-2) = 1$  et  $f(1,5) = 1$
- Le point  $(0; -1)$  appartient à la courbe représentative de  $f$  car  $f(0) = -1$ .
- Le point  $(2; 3)$  n'appartient pas à la courbe représentative de  $f$  car  $f(2) = 1,5 \neq 3$ .
- Son tableau de variations est

$x$	-4	0	3
Variations de $f$	3	-1	2

Abscisses où l'on change de variation

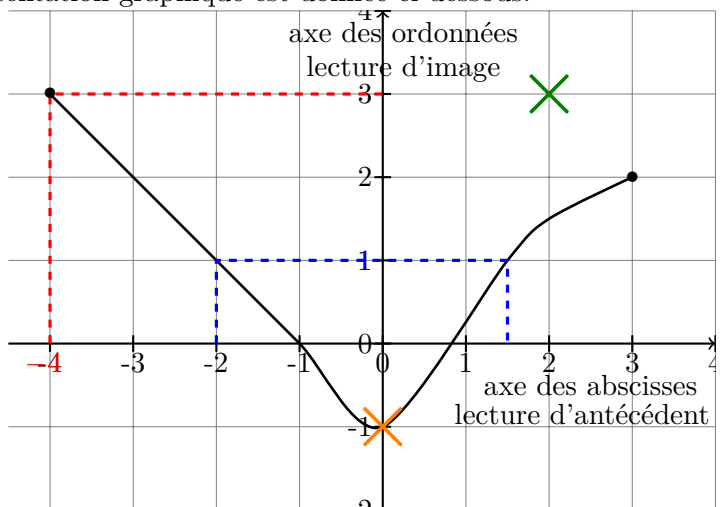
Ordonnées où l'on change de variation

- Son tableau de signe est

$x$	$-4$	$-1$	$1$	$3$	
Signe de $f(x)$	$+$	$0$	$-$	$0$	$+$

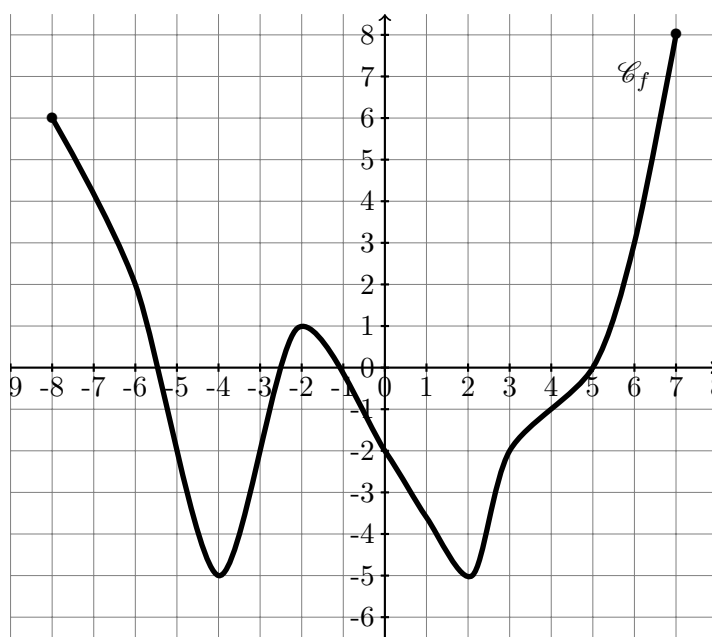
Abscisses où l'on change de signe

Courbe au dessus (+) ou en dessous (-) de l'axe des abscisses



### 1) Variations de fonction, lecture d'image, d'antécédent, point sur courbe et signe

**Exercice 25 :** On considère la fonction  $f$  dont sa représentation graphique est donnée ci-dessous.



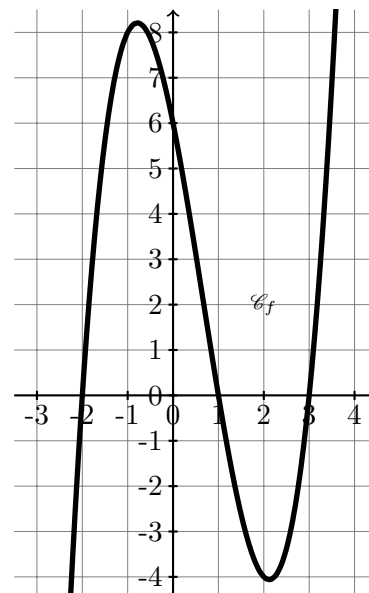
- Quel est l'ensemble de définition de  $f$  ?
- Déterminer graphiquement l'image des nombres suivants par la fonction  $f$ .
 

a. 6	c. -8	e. -2	g. 3
b. -6	d. -4	f. 0	
- Déterminer graphiquement le(s) antécédent(s) des nombres suivants
 

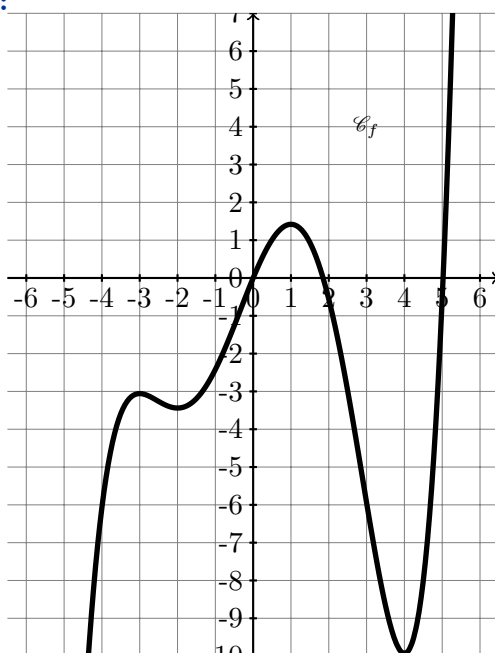
a. -2	b. 0	c. 8	d. -5
-------	------	------	-------
- A  $(0; -2)$  appartient-il à  $\mathcal{C}_f$  ?
- B  $(2; -6)$  appartient-il à  $\mathcal{C}_f$  ?
- Dresser le tableau de variation de  $f$

**Exercice 26 :**

On considère la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$ .  
Sa représentation graphique est donnée ci-contre.



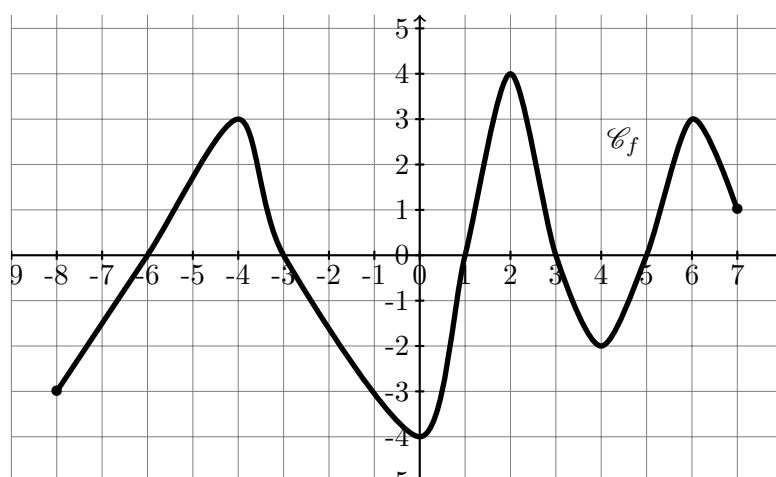
1. Déterminer graphiquement l'image de -2 par la fonction  $f$ .
2. Déterminer graphiquement l'image de 2 par la fonction  $f$ .
3. Donner un nombre ayant exactement 2 antécédents par la fonction  $f$ .
4. Graphiquement dresser le tableau de signe de la fonction  $f$ .

**Exercice 27 :**


On considère la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$ .  
Sa représentation graphique est donnée ci-contre.

1. Déterminer graphiquement l'image de 4 par  $f$ .
2. Dresser le tableau de variation de  $f$ .


**Exercice 28 :** On considère la fonction  $f$  dont sa représentation graphique est donnée ci-dessous.




1. Quel est l'ensemble de définition de  $f$  ?
2. Déterminer graphiquement l'image des nombres suivants par la fonction  $f$ .  
a. -8    b. -4    c. 0    d. 2
3. Déterminer graphiquement le(s) antécédent(s) des nombres suivants  
a. 4    b. 1    c. -3

4. Les points suivants appartiennent-ils à  $C_f$  ?  
a. A(-4;-5)    b. B(-3;1)    c. C(1;5)    d. D(3;-2)    e. E(1;-2)    f. F(7,8)
5. Dresser le tableau de signe de la fonction  $f$ .
6. Dresser le tableau de variation de la fonction  $f$ .


## 2) Affine : coefficient directeur et ordonnée à l'origine

**Cours :**   $f$  est une **fonction affine** lorsqu'il existe deux réels  $m$  et  $p$  tels que :

$$\text{pour tout } x \text{ réel, } f(x) = mx + p$$

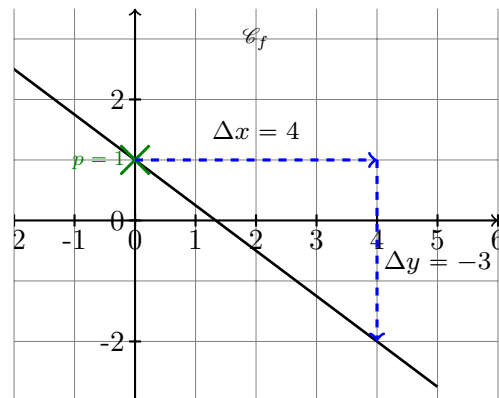
  $m$  est appelé coefficient directeur. Pour tout  $A(x_A; y_A)$  et  $B(x_B; y_B) \in \mathcal{C}_f$  alors :

$$m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

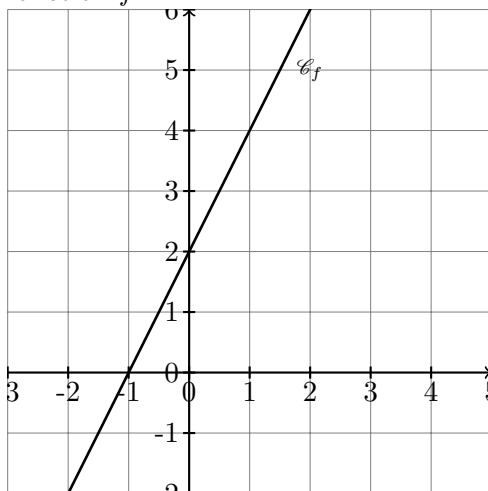
  $p$  est appelé l'ordonnée à l'origine. En effet le point  $P \in \mathcal{C}_f$  d'abscisse  $x = 0$  a pour ordonnée  $f(0) = m \times 0 + p = p$ . Donc  $P(0; p)$

**Exemple :** Donner l'expression algébrique de la fonction  $f$  dont sa courbe est donnée ci-contre.

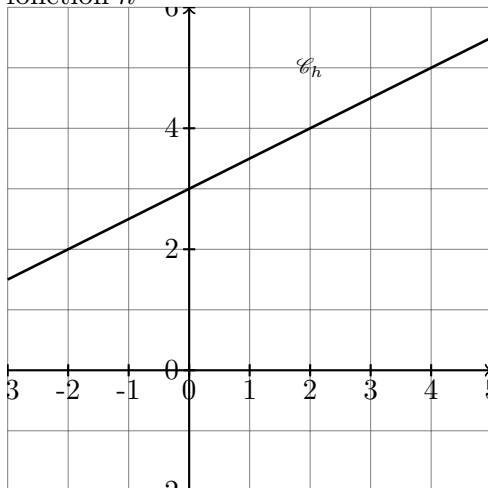
- $m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{-3}{4}$
- $p = 1$
- Ainsi  $f(x) = \frac{-3}{4}x + 1$



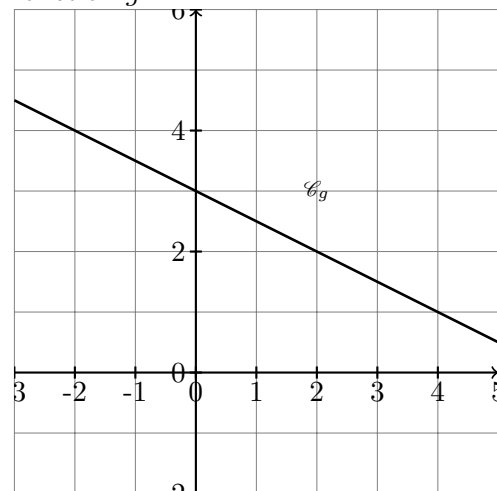
**Exercice 29 :** Donner l'expression algébrique de la fonction  $f$



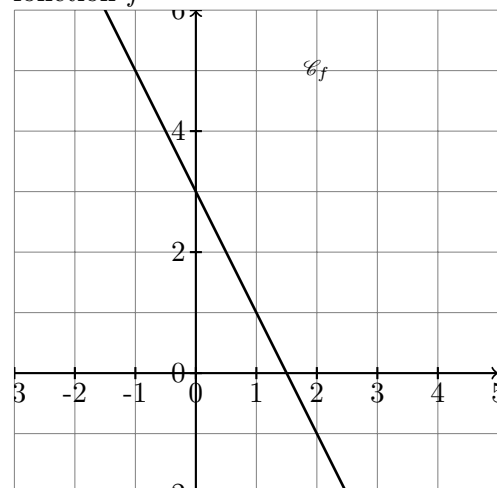
**Exercice 31 :** Donner l'expression algébrique de la fonction  $h$



**Exercice 30 :** Donner l'expression algébrique de la fonction  $g$



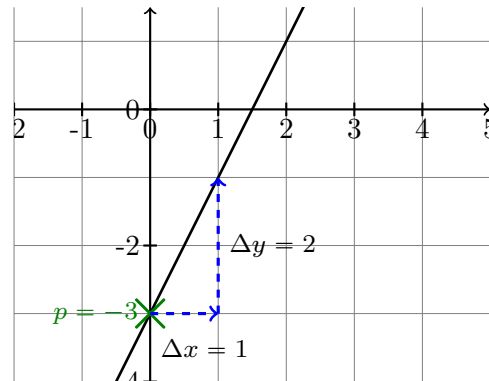
**Exercice 32 :** Donner l'expression algébrique de la fonction  $f$



**Exemple :**

 Tracer la courbe de la fonction  $f(x) = 2x - 3$ 

- $m = 2 = \frac{2}{1} = \frac{\Delta y}{\Delta x}$
- $p = -3$


**Exercice 33 :** Tracer la courbe représentative des fonctions suivantes :

a.  $f : x \mapsto \frac{1}{6}x - 2$

b.  $g : x \mapsto 2x + 4$

c.  $h : x \mapsto -\frac{1}{2}x - 1$

**V. Etude de signe**
**Cours :** Résolution d'inéquation :

- ✎ Lorsqu'on additionne ou qu'on soustrait on ne change pas le sens de l'inégalité
- ✎ Lorsqu'on multiplie ou qu'on divise par un nombre **POSITIF** on **NE** change **PAS** le sens de l'inégalité.
- ⚠ Lorsqu'on multiplie ou qu'on divise par un nombre **NEGATIF** on **CHANGE** le sens de l'inégalité.

**Exemple :** 1. Dresser le tableau de signe de  $f(x) = -2x + 7$  :

 On cherche les valeurs de  $x$  telles que  $f(x) > 0$  :

 On résume sous forme de tableau de signe :  
(cohérent car  $m = -2 < 0$ )

$$\begin{aligned} f(x) &> 0 \\ -2x + 7 &> 0 \\ -2x &> -7 && \text{on divise par } -2 < 0 \\ x &< \frac{-7}{-2} = \frac{7}{2} \end{aligned}$$

$x$	$-\infty$	$\frac{7}{2}$	$+\infty$
Signe de $f(x)$	+	0	-

 2. Etudier le signe de  $f(x) = (-x + 5)(3x - 4)$ 

 On résume sous forme de tableau de signe :  $\frac{4}{3} < 5$ 

On résout :


On résout :

$$\begin{aligned} -x + 5 &> 0 && 3x - 4 > 0 \\ -x &> -5 && 3x > 4 \\ x &< \frac{-5}{-1} = 5 && x < \frac{4}{3} \end{aligned}$$

$x$	$-\infty$	$\frac{4}{3}$	5	$+\infty$	
Signe de $-x + 5$	+	+	0	-	
Signe de $3x - 4$	+	0	-	-	
Signe du produit $f(x)$	+	0	-	0	+

3. Etudier le signe de  $g(x) = \frac{-x+5}{3x-4}$

On va devoir étudier le signe de  $-x+5$  puis de  $3x-4$ . En utilisant ce qu'on a fait avant.

 ATTENTION - le dénominateur ne peut pas valoir 0 : là où le dénominateur vaut 0,  $g$  n'est pas définie.

$x$	$-\infty$	$\frac{4}{3}$	5	$+\infty$	
Signe de $-x + 5$	+		+	0	-
Signe de $3x - 4$	+	0	-		-
Signe du quotient $g(x)$	+		-	0	+

$g$  a pour valeur interdite  $x = \frac{4}{3}$ . Ainsi  $g$  est définie sur  $\mathbb{R} \setminus \{\frac{4}{3}\}$  (cela signifie tous les réels sauf 0).

**Exercice 34 :** Dresser les tableaux de signe des fonctions suivantes :

- $f(x) = 5x + 3$
- $f(x) = -4x + 12$
- $f(x) = -3x - 21$
- $f(x) = 6x + 18$
- $f(x) = x^2 + 3$
- $f(x) = (8x + 4)(3 - 2x)$
- $f(x) = x^2(6x - 36)$
- $f(x) = \frac{-5x + 25}{34 + 17x}$
- $f(x) = x^3(11x + 121)$
- $f(x) = (x - 2)(2x + 1)(5 - x)$

**Exercice 35 :** Résoudre les inéquations suivantes :

- $-12x - 22 < 2$
- $x^2 - 7 > 137$
- $2x^3 + 4 \leq 0$
- $(-13x - 52)(-16x + 32) < 0$
- $\frac{5x + 8}{9 - 10x} \geq 0$
- $(x^2 - 16)(2x + 14) < 0$
- $(5x + 8)^2 - (7 - 10x)^2 \leq 0$
- $(60x + 12)\sqrt{x + 1} > 0$
- $\frac{(12x + 1)(7 - 2x)}{77x + 11} < 0$
- $-x^2 - 6x - 8 \geq 3x^2 - 18x + 1$

## VI. Exercices d'approfondissement

**Exercice 36 :** On s'intéresse à la fonction  $g(x) = \frac{3}{2}x - 4$ .

- Résoudre algébriquement  $g(x) = \frac{1}{3}$
- Donner les variations de la fonction  $g$  en justifiant votre réponse.
- Dresser le tableau de signe de  $g$ .
- Tracer  $\mathcal{C}_g$  dans un repère orthonormé.

**Exercice 37 :** Après son achat, un article perd sa valeur petit à petit. On dit qu'il décote. Pour un modèle de photocopieur, la décote est de  $t\%$  par an.

Si celui-ci est mal entretenu, il décote quatre fois plus vite, soit une décote de  $4t\%$ .

Une société achète un photocopieur neuf à 5 042€.

1. Pour tout  $t > 0$ , on note  $V(t)$  la valeur du photocopieur, en fonction de sa décote, après une année d'utilisation avec un mauvais entretien.

Donner l'expression de  $V$  en fonction de  $t$  et en déduire sa nature.

2. Expliquer pourquoi l'ensemble de définition de  $V$  est  $]0; 25]$
3. Déterminer les variations de  $V$  sur  $]0; 25]$
4. Après cette année d'utilisation avec un mauvais entretien, la valeur du photocopieur est à présent de 548€.

Quelle décote a été subie par le photocopieur ? Arrondir au centième près.

5. Avec un bon entretien et la même décote, quelle aurait été la valeur du photocopieur au bout d'un an ?

**Exercice 38 :** Une nouvelle recrue en NBA fait le bilan de son adresse aux lancers francs après ses 250 premiers tirs.

Son club lui transmet les statistiques suivantes :

- 220 lancers francs ont été réussis ;
- 103 lancers francs réussis ont touché le cercle ;
- 130 lancers francs n'ont pas touché le cercle : cela concerne les lancers réussis, mais aussi les ratés.

$R$  est l'évènement « le lancer franc a été réussi » et  $C$  l'évènement « le lancer franc a touché le cercle ».

#### Partie A

1. Recopier et compléter le tableau ci-dessous.

	Lancers francs réussis	Lancers francs non réussis	Total
Cercle touché			
Cercle non touché			
Total			

2. Calculer  $P(\bar{R})$  et  $P(\bar{R} \cap \bar{C})$  puis interpréter le résultat.
3. Traduire l'évènement  $R \cup C$  par une phrase puis calculer  $P(R \cup C)$ .

#### Partie B

Le record NBA de réussite au lancer franc en carrière est de 98,1%. Le joueur veut battre ce record et pense qu'il va réussir tous les prochains lancers francs. Soit  $x$  le nombre de lancers francs à tenter.

1. Déterminer à quoi correspondent les expressions  $250 + x$  et  $220 + x$ .
2. Résoudre l'inéquation :  $\frac{220 + x}{250 + x} > \frac{98,1}{100}$
3. L'objectif semble-t-il réalisable ?

**Exercice 39 :** Soit  $h$  la fonction définie sur  $x \in ]-100; +\infty[$  par  $h(x) = \frac{-100x}{x+100}$ .

La fonction  $h$  permet d'obtenir le taux réciproque, c'est-à-dire que si un nombre évolue de  $x\%$  alors une évolution successive de  $h(x)\%$  permet de revenir à ce nombre initial.

1. (a) Calculer les images de  $-20$  et  $60$  par  $h$  et interpréter.  
(b) Justifier l'expression de  $h$ .
2. **Application :** Le cours du Bitcoin a connu une augmentation de plus de  $400\%$  entre les mois de janvier et de mars 2013.
  - (a) Quelle somme fallait-il avoir investi en janvier 2013 pour être en possession de  $10\,000\text{€}$  en Bitcoin en mars 2013 ?
  - (b) Déterminer la fonction permettant d'obtenir la somme en Bitcoin en janvier 2013 en fonction de la somme en Bitcoin en mars 2013 ?